

## ВОКРУГ КВАДРАТА: СУЖДЕНИЯ, ВПЕЧАТЛЕНИЯ, ОТЗВУКИ

КВАДРАТ — как слово это отзовется?  
(к автору САГИ О КВАДРАТЕ)

Достопочтенный коллега!

Великолепная идея пропеть патетический «Гимн Квадрату», посетившая Вас, получила свое блестящее осуществление в Вашем сочинении!

Здесь есть все: идеи математики и ее история, экскурс в живопись и революция в физике, диалектика развития «абстрактностей» и неожиданные проявления «конкретики», неповторимые красоты логики и неумолимые законы Природы. Здесь разворачивается «реалистическое фэнтези» становления Знания: чуждые, реальные факты порождают чудные, ирреальные миражи, и все это объединяется затем в неразделимое и единственно верное Целое. Здесь язык науки органически переплетается с языком искусства, и все это написано прекрасным классическим стилем родной речи, который сейчас так редок даже у букеровских лауреатов.

Вы начинаете с анатомического рисунка да Винчи и эпохальной картины Малевича, пытаетесь найти животворные предтечи «особого... выделения и, так сказать, поклонения» *Квадрату* — в математике, вообще в естествознании, в искусстве, в жизни. Действительно, многие свои мистические химеры, суеверные действия, предсказательные гадания человечество связывало с квадратом, с его тайными и неожиданными свойствами — достаточно вспомнить магический квадрат на полотне Дюрера. Квадрат издревле был эталоном «правильности», красоты, ласкающим человеческий глаз — достаточно вспомнить шедевры архитектуры. Форма квадрата неоспорима по своему удобству и практичности — достаточно просто оглядеться окрест.

Но центральное и преобладающее место в Вашем сочинении занимает математика. Согласен, это закономерно, ибо именно она в конце концов (точнее — в начале начал) является родительницей квадрата. Более того, в годы младенчества, не имея ни приемов аналитических преобразований, ни даже удовлетворительной системы записи чисел, математика работала на геометрическом языке, где квадрат был одной из самых важных фигур. Далее в своем сочинении Вы ведете речь уже не столько о *геометрическом* квадрате как форме (представленной, скажем, на шахматной доске), сколько об *алгебраическом* квадрате как операции (позволяющей, скажем, по длине стороны квадратной комнаты найти ее площадь).

История математики свидетельствует, что *алгебраический* квадрат таит в себе много на первый взгляд неожиданного. (Школьный анекдот: «Мария Ивановна, но почему же все-таки  $5 \times 5 = 25$ ,  $6 \times 6 = 36$ , а  $7 \times 7$  — не  $47$ ?») В своем сочинении Вы рассказываете захватывающую историю о том, как *алгебраический* квадрат постепенно и мучительно привел ученых к необходимости и неизбежности введения многообразных чисел и в конечном счете — к пониманию самого понятия числа. Можно утверждать, что в определенном смысле в этом и состоит главное достижение математической науки.

Не стану подробно комментировать все другие затронутые Вами «квадратные» темы — и числа Фибоначчи, и теорию относительности, и фракталы... Пусть лучше заинтересовавшийся читатель сам почитает Ваш оригинальный текст.

Должен Вам сказать, что знакомство с Вашим сочинением доставило лично мне большое удовольствие и вызвало восхищение тем трудом и мастерством, которые Вы вложили.

Но есть причины и поводы с уважаемым автором и поспо... Хотел дописать это слово, да остерегся. Есть такая присказка — «В споре рождается истина». Но умудренные житейским опытом люди говорят, что в споре стоящих на разных точках зрения рождается вовсе не истина, а лишь взаимная неприязнь, ибо переубедить никого все равно невозможно. Дискутировать следует лишь с единомышленниками — вот тогда и рождается истина.

А поскольку мы с Вами единомышленники — математики, влюбленные в свою науку и заинтересованные в ее пропаганде, решусь высказать лишь несколько своих субъективных замечаний и частных соображений.

Прежде всего — для кого написано Ваше сочинение? Конечно, математики — и студенты, и специалисты, и любители — познакомятся с ним с огромным интересом. Но особенно важно, чтобы такого рода тексты могли читать и ассимилировать гуманитарии, не знающие математических деталей и не владеющие техникой математических преобразований. Мне кажется, зачин у Вас был именно такой, но «по мере... вживания в тему и вхождение в образ «квадрата» все труднее становилось остановить» самолюбование математическими терминами, формулами, фактами. Вы стали — возможно, не желая этого — все больше и подробнее рассказывать для своих коллег-математиков, а не для друзей-гуманитариев. Конечно, и они смогут читать текст, пропуская малопонятные им формулы и не вникая в непривычные термины, но тогда вопрос: зачем эти формулы и термины писать?

Мне бы очень хотелось надеяться, что Вы найдете время и силы (способностей Вам не занимать) доработать текст «под гуманитария».

Я уже говорил выше, что в сочинении идет речь о *геометрическом* квадрате и об *алгебраическом* квадрате. У меня создалось впечатление, что Вы фактически не разделяете эти два объекта, считаете их двуединым проявлением понятия *квадрат*. Мне не хотелось бы с этим соглашаться. Как мне представляется, когда мы говорим о «диагонали квадрата» и о «квадрате числа», мы имеем в виду *два совершенно разных понятия*, для именованья которых, однако, просто используется *одно и то же слово*. Так бывает в языке часто — вспомните популярный лозунг советских времен «Мы за мир во всем мире». Или посчитайте, сколько математика узурпировала ботанических терминов — от дерева и корня до ветви и листа.

Исторические причины, по которым число «пять во второй степени» мы называем «пять в квадрате», действительно, связаны с площадью геометрической фигуры «квадрат». Но дальнейшее развитие математики все сильнее и сильнее разводило геометрическое и алгебраическое содержания терминов, выражаемых одним словом «квадрат», а тем более — производных от них терминов. Едва ли придет в голову искать геометрический подтекст термина «квадрат многочлена» или связывать свойства функции «квадратный трехчлен» с какими-то свойствами плоской фигуры «квадрат». (В известном анекдоте человек — малообразованный, но с практичной сметкой — рассказывает о вступительном экзамене в академию: «Спросили, что такое квадратный трехчлен. Трехчлен-то еще ладно, но чтобы квадратный... Не могу даже представить себе...»)

Мне кажется, что алгебраические конструкции различных обобщений понятия числа не очень увязываются с единым с геометрией толкованием слова «квадрат». Конечно, введение комплексных чисел красиво сопроводить заглавием «мнимый квадрат», но суть здесь все же не в нашем геометрическом любимце.

И еще одна маленькая реплика. Вы пишете: «задача квадратуры круга... привела к изучению особого иррационального числа  $\pi$ , которое оказалось трансцендентным». Квадрат много «сделал» для развития математики — например, открытие иррационального числа «квадратный корень из 2» — его «заслуга». Но лишнее приписывать ему не стоит: число  $\pi$  — несомненный собственный атрибут окружности (круга), и к этому числу квадрат имеет лишь косвенное отношение. В связи с этим хотелось бы умерить высокопарные фразы вроде «Именно квадраты „правят“ и всем нашим физическим пространством, и еще всем ми-

ром!» и замолвить словечко в защиту незаслуженно забытой скромной окружности, роль которой в математике и мире нисколько не меньше.

В заключение — несколько слов относительно затронутой Вами проблемы толкования «Черного квадрата» К. Малевича. Вы задаетесь вопросом: «Почему именно квадрат?». А если так: почему именно «черный квадрат», а не «черный круг»? Такой круг явился бы нисколько не менее емким знаком, как Вы пишете, «черного таинства бело-фоновое одиночества», он порождал бы глубокую ассоциацию, скажем, с «туннелем, в конце которого нет даже проблеска света». Разве не контрастировал бы черный круг, символизирующий «ничто», с солнечным кругом, источником жизни? Почему же символом «предельной точки... редукционистско формальных тенденций в живописи» того времени более естественно считать квадрат, а не круг?

Но К. Малевич выбрал именно квадрат... Кто знает, почему? Может, он подспудно разделял слова поэта: «Я с детства не любил овал, я с детства угол рисовал»? И действительно ли он ювелирно работал циркулем, добиваясь, чтобы на картине незримо существовала окружность, являющаяся «вписанной для внешнего белого квадрата и описанной для внутреннего черного квадрата»?

Вероятно, мы не в состоянии четко ответить на все возникающие вопросы, поскольку в эстетике не существует общепризнанных аксиом. Поэтому можно высказать и такую трактовку причин ошеломляющего и поворотного в истории живописи успеха картины К. Малевича: квадрат (и даже черного цвета) был хорошо известен и до Малевича, но, как это часто бывает в жизни и в искусстве, важно оказаться в нужный момент в нужном месте и подсознательно найти наиболее адекватную форму отражения общественного ожидания.

С искренним уважением к Вам и пожеланиями дальнейших успехов!

*Н. Х. Розов*

### Клочки по закоулочкам

Типичный гуманитарий невежественен в таких вещах по определению — не смыслит ничего в точных науках (хотя учился в школе и, быть может, даже кончил с медалью, не понимает математики (пусть и способен иногда помочь своему ребенку в решении уравнения), не знакомится даже с популярной литературой из этой области.

Такого рода читателю работа Владимира Смольянинова должна быть по восприятию — скучна, по результату — недоступна в своем существе. Однако на деле читается она с интересом и создает (скорее всего, преувеличенное, если не вовсе ложное) впечатление, что твой интеллектуальный горизонт расширяется неким пониманием, какие-то не существовавшие для тебя представления приблизились и приоткрыли свою смысловую сердцевину (например, понятие иррационального числа, физическое и математическое толкование неизмеримости).

Даже увязнув — уже на 7-й странице — в формулах, терминах и математических размышлениях, не откладываешь текст, а продолжаешь читать — в жадной надежде обнаружить еще что-нибудь тебе доступное. И статья подкидывает такие сведения «широкого профиля»: о трансцендентности числа  $\pi$ , «квадратуристах», необходимости невозможного, о мнимом времени и «держалках», которые еще не выросли, и пр.

Само собой разумеется, эти «клочки по закоулочкам» ни в коей мере не ведут к действительному пониманию работы, но — чем богаты... Зато заразительно интересны, нравятся до зависти — заголовки разделов, в их логике и образности, «гимническая» концовка, точная и чистая речь автора, общий — хочется сказать — артистизм статьи.

*О. М. Мительман*

### С ГИМНОМ — НАМ ПОВЕЗЛО

Как известно, математики обычно пишут так: формула в лист формата А4, затем слова «тогда», «когда», или «из этого следует», и опять формула. Им, естественно, кажется, что это исчерпывающе красиво и на любого, у кого есть голова, произведет неизгладимое впечатление. Однако в действительности подобный текст не-математику читать невозможно, его можно только изучать с карандашом в руках, причем это обычно делают студенты и аспиранты перед экзаменами или официальные оппоненты во время написания отзыва на диссертацию. И первые и вторые вряд ли получают от такого изучения большое наслаждение, но честно проделывают эту работу в силу необходимости. Нам, я считаю, на этот раз крупно повезло: Владимир Владимирович Смолянинов представил совершенно иное произведение, которое читается, как роман, и при этом является весьма серьезным и оригинальным научным исследованием.

Его «Гимн», на мой взгляд, — это наглядный пример удачного сочетания языков науки и искусства. Гуманитарий найдет в нем любопытную, хотя и не бесспорную, трактовку «супрематического Квадрата» Малевича, интересные сведения из истории возникновения теории чисел, а представителя точных наук, безусловно, заинтересуют заключительные главы «гимна», посвященные фрактальной геометрии, базовым множествам Жюлиа и Мандельброта, обобщенному понятию комплексного числа и т. д. При этом в тексте присутствует самый минимальный, и только необходимый набор формул. Стиль изложения В. В. свободен и сугубо индивидуален. Если говорить языком критиков-литературоведов, то при чтении «Гимна» сразу возникает образ «лирического героя» — автора, тонкого, умного, слегка романтического и чуть-чуть ироничного. Даже о самых абстрактных понятиях современной математики В. В. удается говорить изящно и занимательно, хотя и не всегда понятно, опять же — не-математику. Но в этом непонимании есть, по-моему, свой смысл. Это дает возможность читающему воспринимать идеи автора по-своему, возбуждает фантазию. Ведь и «Черный Квадрат» Малевича вызывает у посетителей выставок весьма разные ощущения, которые зависят от подготовки человека и его душевного состояния. А на большинство людей эта картина вообще не производит никакого впечатления. Как, впрочем, и абстрактная математика. В этом и заключается, наверное, их сходство.

*Л. О. Неелова*

### Приключения разума

Казалось бы, что нового и необычного и, тем более, одухотворенного и поэтического можно написать о квадрате?! Да, да, обычной геометрической фигуре, которая еще с детства казалась раздражающе правильной угловатой игрушкой, а затем — банальностью, не замечаемой в повседневности. В общем-то, взялся читать без большой охоты. Но, едва начав, встрепенулся и в конце концов так увлекся, что, увы, остался без сладкого сна, о чем, разумеется, не жалею.

Никак не мог оторваться от приключений человеческого разума в попытке осмыслить пугающую бездонность смыслов в науке и яркость образного свечения в живописи Малевича, поэзии Хлебникова, Крученых... Захотелось самому расширить, продолжить аналогии и в музыке, что мне ближе всего, и в поэзии, и... Иррациональность и звукоряд, гармония созвучий в архитектуре и грузинских песнопениях, лидийских и дорийских ладах, Баховских прелюдиях и фугах, преодоление и вновь вхождение в Шенберговские композиции, и так далее.

Весьма любопытна история взлетов и падений человеческого духа в борьбе Пифагорейцев с несоизмеримостью, осмыслением двумерности комплексных чисел Эйлером — Гауссом, а затем и вообще выход в алгебру тернартов, кватернионов, теорем Фрабениуса и  $n$ -мерное пространство. Интересно, что так же, как и эксцентриситет объединяет и разделяет все кривые второго порядка (окружность, эллипс, параболу, гиперболу), так и значения

$i^2 = \varepsilon \in \{-1; 0; 1\}$  связывают и разделяют пространства Евклида, Галилея, Минковского. Удивительно, но квадрат стал блестящей моделью для динамического и вдохновенного рассказа о важнейших проблемах математики в лицах и концепциях от Евклида-Пифагора и Аль Хорезми до Гаусса-Галуа и Жулиа-Мандельброта.

В мгновенных моментах впечатлений от поэмы-гимна не всегда и не сразу удается оценить ее целостность, глубину и ясность, философичность, эмоциональную чувственность нерва темы, удивительную деликатность и точность языка. Звучание «Квадрата» Владимира Смолянинова требует от читающего гармонии мыслей и строгости чувств.

*А. Х. Шахмейстер*

Белая рамка на черном фоне  
(Смирительный опус для прошедших через «Гимн Квадрату»)

Серия эпиграфов:

Зри в корень! (К. Прутков)

Ветер бродит по лесным дорожкам. (А. Якушева)

Лучше я ничего говорить не буду, а то я опять что-нибудь скажу. (В. Черномырдин)

Эти эпиграфы собраны по одному принципу: фразы логически бессмысленные, но совершенно понятные человеку. Вот еще один пример из старого учебника геометрии: «Трапеция никакими свойствами не обладает». Согласитесь, объект, не обладающий никакими свойствами, — извечная мечта всех философов, эталон абсолютной чистоты. Логика тут замолкает. Но гимназисту сразу все понятно: на экзамене свойств трапеции спрашивать не будут (!). Фраза-то очень даже содержательная. Еще пример из фольклора преподавателей, ответ студента на вопрос, что такое эллипс: «Эллипс — это окружность, вписанная в квадрат со сторонами один и два». Согласитесь, тут все понятно даже математику. Квадрат как идея не имеет ничего общего со своим математическим определением. И у Малевича «Черный квадрат» — вовсе не черный и не квадрат, а так, нечто темное и квадратное. В том смысле, в котором десятка — круглое число. Вот еще пример: «в любом треугольнике сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы». Вдумайтесь! Эта фраза математически верна, хотя с точки зрения здравого смысла — полная чушь. Не во всех же треугольниках есть катеты и гипотенуза. Но ведь я и не утверждал, что они есть! А вот если есть, то клянусь бородой Пифагора — я сказал правду. Одним словом, математика и живая мысль — очень разные вещи. Тут, кстати, опять бессмыслица. Ведь математика — тоже живая мысль. Но очень уж особенный частный случай, не влезающий в общее понятие мысли. Зато кубизм, Пикассо, квадратизм, Малевич, Пятнизм Кандинского, шизизм Дали и даже круглизм карты полушарий — все вписано в квадратную рамку со сторонами один и полтора. Слово «полтора» означает любое число, большее, чем один, и все. Мы переходим к арифметике. Художник-аналитик, архитектор, реставратор, Александр Панкин, как-то в пылу спора заявил: «Я реставрировал церкви. Там все на золотом сечении. Я сам измерял. Везде — корень из двух!» И все его поняли. Золотое сечение — это не число. Это арифметическое понятие, вызывающее возвышенные ассоциации. Нравится вам отношение двух чисел — значит оно золотое. Я предлагаю эксперимент. Переименуем число  $(\sqrt{5} + 1)/2$  в «мерзкое сечение». И попробуйте сказать, что древняя архитектура основана на мерзком сечении. Я посмотрю, что с вами сделают слушатели. Или, наоборот, назовем последовательность Фибоначчи «ползучей мерзостью». И сформулируйте абсолютно точную (математическую) теорему: «отношение соседних членов ползучей мерзости стремится к золотому сечению». Да кто же с вами согласится?! Да, красота — это страшная сила! А сила равна массе, помноженной на ускорение. Вот теперь и разбирайтесь в этом квадрате...

О чем это я? Да о том же, о чем и «Гимн Квадрату», — о драме становления профессионального языка.

*А. В. Коганов*